

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۹ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			

ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۱	<p>درست یا نادرست بودن گزاره های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) حاصل ضرب هر عدد گویا، در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.</p> <p>ب) برای اعداد صحیح <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> که <math>a \neq 0</math>، اگر <math>a \mid b + c</math> آن گاه <math>a \mid b</math> یا <math>a \mid c</math>.</p> <p>ج) معادله هم نهشتی <math>ax \equiv b \pmod{m}</math> دارای جواب است اگر و فقط اگر <math>(a, m) \mid b</math>.</p> <p>د) اگر داشته باشیم <math>(a, b) = 1</math> آن گاه می گوئیم <math>a</math> و <math>b</math> نسبت به هم اول اند.</p>	۱
۱/۲۵	<p>برای هر دو عدد حقیقی <math>x</math> و <math>y</math>، به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) نشان دهید:</p> $2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4$	۲
۱	<p>به روش برهان خلف نشان دهید: اگر <math>a</math> عدد صحیح فرد باشد و <math>a + 2 \mid b</math>، آن گاه <math>b</math> نیز عددی فرد است.</p>	۳
۱/۲۵	<p>اگر عددی مانند <math>k</math> در <math>\mathbb{Z}</math> باشد به طوری که <math>7 \mid 2k + 1</math>، ثابت کنید:</p> $49 \mid 4k^2 - 10k - 6$	۴
۱	<p>باقی مانده تقسیم عدد <math>A = 63^{14} + 1</math> را بر ۱۶ به دست آورید.</p>	۵
۱/۵	<p>معادله هم نهشتی <math>1402x \equiv 11 \pmod{9}</math> را حل کنید.</p>	۶
۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) گرافی را که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، گراف ..... می گوئیم.</p> <p>ب) تعداد رئوس فرد هر گراف عددی ..... است.</p> <p>ج) مینیمم درجه در گراف کامل از مرتبه <math>p</math> برابر ..... است.</p> <p>د) گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد <math>k</math> باشد، گراف ..... می گوئیم.</p>	۷
۲/۵	<p>گراف <math>G</math> به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p>  <p>الف) مرتبه و اندازه آن را بنویسید.</p> <p>ب) مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید.</p> <p>ج) مجموعه <math>N_G[c]</math> را بنویسید.</p> <p>د) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید.</p> <p>ه) حاصل عبارت <math>q(\bar{G}) + \deg_{\bar{G}}(g)</math> را به دست آورید.</p>	۸
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»		

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۹ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>			

ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۲/۵	<p>گراف زیر را در نظر بگیرید:</p> <p>(الف) عدد احاطه‌گری گراف را با ذکر دلیل، به دست آورید.</p> <p>(ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۸ عضوی بنویسید.</p> <p>(ج) یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال ۴ عضوی بنویسید.</p>	۹
۱	چهار برادر و سه خواهر می‌خواهند در یک ردیف کنار هم بایستند و عکس یادگاری بگیرند. اگر همواره خواهرها کنار هم و برادرها کنار هم قرار بگیرند، آن‌گاه این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟	۱۰
۰/۷۵	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۱، ۲، ۲، ۱، ۱، ۱ و ۱ چند کد ۸ رقمی می‌توان نوشت؟	۱۱
۱/۵	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_2 = 4$ و $x_3 \geq 3$ باشد؟	۱۲
۱/۵	ابتدا شرط متعامد بودن دو مربع لاتین را نوشته و سپس دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید.	۱۳
۱/۲۵	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۵۰۰ ( $1 \leq n \leq 500$ ) چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴ و ۵ بخش پذیر نباشند؟	۱۴
۱	یک نجار در هفته ۴ مدل مختلف صندلی در ۳ رنگ متفاوت می‌سازد. او در یک هفته حداقل چند صندلی بسازد تا مطمئن باشیم، حداقل ۳ صندلی هم رنگ و هم مدل ساخته است؟	۱۵
۲۰	جمع بارم « پیروز و سربلند باشید.»	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (۵ ص) ب) نادرست (۰/۲۵) (۱۱ ص) ج) درست (۰/۲۵) (۲۵ ص) د) درست (۰/۲۵) (۱۳ ص)	۱
۲	$2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4 \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 2xy + y^2}_{(0/25)} + \underbrace{x^2 - 4x + 4}_{(0/25)} \geq 0 \quad (8 \text{ ص})$ $\Leftrightarrow \underbrace{(x+y)^2}_{(0/25)} + \underbrace{(x-2)^2}_{(0/25)} \geq 0$ <p>این رابطه همواره برقرار است (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۳	$b = 2k, b \mid a+2 \Rightarrow \underbrace{a+2 = bq}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{a = 2t}_{(0/25)}$ <p>که با فرض سوال در تناقض است. (۰/۲۵) (۱۶ ص)</p>	۱
۴	$7 \mid 2k+1 \Rightarrow \begin{cases} 49 \mid 4k^2 + 4k + 1 \\ 49 \mid 14k + 7 \end{cases} \Rightarrow 49 \mid 4k^2 - 10k - 6 \quad (16 \text{ ص})$	۱/۲۵
۵	$6^3 \equiv -1 \pmod{16} \Rightarrow 6^{14} \equiv 1 \pmod{16} \Rightarrow A \equiv 2 \pmod{16} \Rightarrow r = 2 \quad (21 \text{ ص})$	۱
۶	$(1+4+0+2)x \equiv 1+1 \pmod{9} \Rightarrow 7x \equiv 2 \pmod{9} \Rightarrow 7x \equiv -7 \pmod{9}$ $\Rightarrow x \equiv -1 \pmod{9} \Rightarrow x = 9k - 1 \quad (30 \text{ ص})$	۱/۵
۷	الف) همبند (۰/۲۵) (۳۹ ص) ب) زوج (۰/۲۵) (۴۰ ص) ج) $p-1$ (۰/۲۵) (۴۲ ص) د) $k$ -منتظم (۰/۲۵) (۳۵ ص)	۱

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۸	<p>(ص ۳۶) <math>N_G[c] = \{a, c, d, e\}</math> (۰/۵) ج</p> <p>(ص ۳۹) <math>2q = 12</math> (۰/۵) ب</p> <p>(ص ۳۵) <math>p = 7, q = 6</math> (۰/۵) الف</p> <p>(ص ۳۸) <math>q(\bar{G}) + d_{\bar{G}}(g) = 15 + 6 = 21</math> (۰/۵) د</p> <p>(ص ۳۸) <math>acefa</math> (۰/۵) د</p>	۲/۵
۹	<p>(ص ۴۹) (*) <math>\gamma(G) \geq \left\lfloor \frac{p}{\Delta + 1} \right\rfloor \Rightarrow \gamma(G) \geq 3</math> (۰/۲۵) الف</p> <p>از طرفی <math>A = \{a, e, f\}</math> یک مجموعه احاطه گر است (۰/۵) بنا به رابطه (*): <math>\gamma(G) = 3</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>B = \{a, d, g, h, i, j, k, l\}</math> (۰/۵)</p> <p>به هر مجموعه احاطه گر هشت عضوی مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۶)</p> <p>ج) <math>C = \{a, e, f, b\}</math> (۰/۵)</p> <p>به هر مجموعه احاطه گر چهار عضوی غیر مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۷)</p>	۲/۵
۱۰	(ص ۷۲) $3! \times 4! \times 2! = 288$ (۱)	۱
۱۱	(ص ۵۸) $\frac{8!}{4! \times 3! \times 1!}$ (۰/۷۵)	۰/۷۵
۱۲	(ص ۶۱) $x_1 + x_3 + x_5 = 8$ (۰/۲۵) <p><math>x_5 - 3 = y_5 \Rightarrow x_1 + x_3 + y_5 = 5 \Rightarrow \binom{7}{2} = 21</math> (۰/۲۵)</p>	۱/۵

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																		
۱۳	<p>نوشتن شرط متعامد بودن (۰/۵)</p> <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> <table style="display: inline-table;"> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> <p>هر کدام از مربع های لاتین (۰/۵) (ص ۶۴ و ۶۵)</p>	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۱/۵
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۱	۲	۳																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۱۴	<p>(ص ۷۵)</p> $ A  = \left[ \frac{500}{5} \right] = 100, \quad  B  = \left[ \frac{500}{4} \right] = 125, \quad  A \cap B  = \left[ \frac{500}{20} \right] = 25$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)                      (۰/۲۵)                      (۰/۲۵)</p> $ \overline{A \cap B}  =  \overline{A \cup B}  = 500 - (100 + 125 - 25) = 300$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)    (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵																		
۱۵	<p>(ص ۸۲)</p> $k+1=3 \Rightarrow k=2, \quad n=3 \times 4=12 \Rightarrow kn+1=12 \times 2+1=25$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)                      (۰/۲۵)                      (۰/۵)</p>	۱																		
۲۰	جمع نمره																			